موضوع الرياضيات للشعب الأدبية بكالوريا 2011

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2011

الشعب(ة): آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: ساعتان ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$

1. بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2. أ) بيّن أنّ: $2124 \equiv -1[5]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.

ج) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.

د) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني:(06 نقاط)

أ) (u_n) متتالية هندسية أساسها 3 وحدّها الأول u_0 بحيث: $u_0 + u_3 = 28$

1. احسب u_0 ، ثمّ اكتب الحد العام u_n بدلالة n .
2. احسب المجموع: $S_1 = u_0 + u_1 + ... + u_9$.

ب) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام: $v_n = 1 - 5n$.

1. بيّن أنّ (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ثمّ استنتج اتجاه تغيّرها.
2. احسب المجموع : $S_2 = v_0 + v_1 + ... + v_9$.

ج) نعتبر المتتالية (k_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام: $k_n = 1 + 3^n - 5n$

– تحقّق أنّ: $k_n = u_n + v_n$ ثمّ احسب المجموع: $S = k_0 + k_1 + ... + k_9$

التمرين الثالث:(08 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{x+2}{x-2}$

(C) التّمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثمّ استنتج أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
2. احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس إشارتها.
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة f.
4. عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات.
5. اكتب معادلة لــ (Δ) مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 4 .
6. أنشئ (Δ) و (C).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

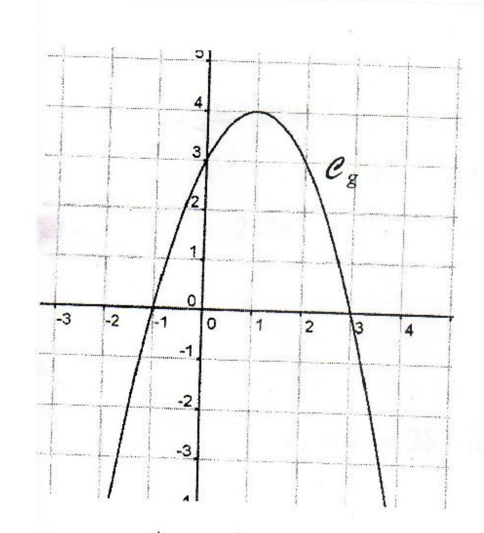
a ، b و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 ، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

1- عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين: $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.

2- أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[7]$.

ب) تحقق أنّ $48 \equiv 6[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 48^{2010} و 48^{2011} على 7.

التمرين الثاني: (08 نقاط)



أ) في الشكل المقابل، $\mathcal{C}_g$ هو التمثيل البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

بقراءة بيانية:

1. شكّل جدول تغيّرات الدالة g على $\mathbb{R}$.
2. عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب) لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$$

$\mathcal{C}_f$ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. بيّن أنّ: $f'(x) = -g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.
2. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
3. احسب $f(-1)$ ، $f(3)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
4. بيّن أنّه يوجد مماسّان للمنحنى $\mathcal{C}_f$ معامل توجيه كلّ منهما يساوي 5 .
5. حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) = g(x)$ ثم استنتج احداثيات نقط تقاطع المنحنيين $\mathcal{C}_g$ و $\mathcal{C}_f$.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ بحدّيهما العام: $u_n = -2n$ و $v_n = 3^{-2n}$

عيّن في كلّ حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

		اقتراح 1	اقتراح 2	اقتراح 3
1	(u_n) هي متتالية	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
2	الحد الخامس والأربعون للمتتالية (u_n) يساوي	-90	-92	-88
3	المجموع $u_0 + u_1 + ... + u_n$ يساوي	n^2+1	$-n^2-n$	$-n^2-1$
4	(v_n) هي متتالية هندسية أساسها	$\frac{1}{9}$	9	-9
5	المتتالية (v_n)	متزايدة	متناقصة	ليست رتيبة

التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات للشعب الأدبية بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط لموضوع امتحان/ مسابقة: البكالوريا — دورة: جوان 2011

اختيار مادة: الرياضيات — الشعبة/السلك (*): آداب وفلسفة + لغات أجنبية — المدة: 02 سا و 30د

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الأول		
التمرين الأول: (6 نقاط)		
1) $b-a=1505$ و $1505\equiv 0[5]$ ومنه a و b متوافقان بترديد 5	2×0.5	
2) أ) $2124+1\equiv 0[5]$ ومنه $2124\equiv -1[5]$	2×0.5	
ب) $2124^{720}\equiv 1[5]$ إذن الباقي المطلوب هو: 1	2×0.5	6
$619^{721}\equiv -1[5]$ أو $619^{721}\equiv 4[5]$ ومنه الباقي هو: 4	2×0.5	
ج) $2124^{2n}\equiv(-1)^{2n}[5]$ أي: $2124^{2n}\equiv 1[5]$ لأن $2n$ زوجي	2×0.5	
د) $2124^{4n}+619^{4n+1}+n\equiv 0[5]$ معناه $1+4+n\equiv 0[5]$ أي: $n\equiv 0[5]$		
ومنه: $n=5k$ حيث: $k\in\mathbb{N}$	2×0.5	
التمرين الثاني: (6 نقاط)		
أ) 1. $u_3=u_0q^3$ أي $u_3=27u_0$ ومنه: $28u_0=28$ إذن $u_0=1$	4×0.25	
عبارة الحد العام $u_n=u_0q^n$ و منه $u_n=3^n$	2×0.25	
2. $S_1=\frac{1-q^{10}}{1-q}$ و منه $S_1=\frac{3^{10}-1}{2}=29524$	0.5+0.5	
ب) 1. (V_n) متتالية حسابية لأن: $V_{n+1}-V_n=-5$ ، أساسها -5	0.25+0.5	6
الاستنتاج : متناقصة تماما لأن الأساس سالب	0.5	
2. $S_2=\frac{10}{2}(V_0+V_9)$ و منه $S_2=-215$	2×0.5	
ج) $K_n=u_n+v_n$ و منه $S=S_1+S_2$	2×0.5	
عندئذ $S=-215+\frac{1}{2}\left(3^{10}-1\right)=29309$	0.25	

التمرين الثالث : (8 نقاط)

1. النهايات: $\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$	0.5 +0.5	8
$\lim_{x \xrightarrow{>} 2} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{<} 2} f(x)=-\infty$	0.5 +0.5	
الاستنتاج : $x=2$ و $y=1$ معادلتا المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)	2×0.25	
2. المشتقة : $f'(x)=\frac{-4}{(x-2)^2}$ الإشارة $f'(x)<0$	0.5+1	
3. (جدول التغيرات أدناه)	0.5	
4. التقاطع مع المحاور : $A(0,-1)$ و $B(-2,0)$	2×0.5	
5. معادلة المماس (Δ): $y=f'(4)(x-4)+f(4)$ أي $y=-x+7$	2×0.5	
6. إنشاء (Δ) و (C)	1+0.5	

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	1 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	1

54.

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (06 نقط)		
1) $ab \equiv 5[7]$ الباقي هو: 5	1	
$a^2 \equiv 2[7]$ $b^2 \equiv 2[7]$ $a^2 - b^2 \equiv 0[7]$ الباقي هو: 0	3×0.5	
2) أ) $c \equiv -1[7]$ و منه: $c^{2n} \equiv (-1)^{2n}[7]$ و بالتالي: $c^{2n} \equiv 1[7]$	1.5	6
ب) $48 \equiv 6[7]$ ومنه: $48^{2n} \equiv 1[7]$ إذن $48^{2010} \equiv 1[7]$ وبالتالي:		
$48^{2011} \equiv 6[7]$	4×0.5	
التمرين الثاني: (08 نقط)		
أ. 1. جدول التغيرات:	0.5	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2. إشارة $g(x)$: x: -1 ، 3 ؛ الإشارة: $-$ 0 $+$ 0 $-$	0.5	
أي: موجبة على $[-1 ; 3]$ و سالبة على $]-\infty ; -1] \cup [3 ; +\infty[$		
ب. 1. $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = -g(x)$	2×0.5	8
استنتاج إشارة $f'(x)$: x: -1 ، 3 ؛ الإشارة: $+$ 0 $-$ 0 $+$	0.5	
أي: $f'(x)$ سالبة على $[-1 ; 3]$ و موجبة على $]-\infty ; -1] \cup [3 ; +\infty[$		
2. النهايات: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	2×0.5	
3. $f(-1) = \frac{14}{3}$ و $f(3) = -6$	2×0.5	
	1	

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{14}{3}$	↘	-6	↗	$+\infty$

4. المماسان : $f'(x)=5$ تعني $x^2-2x-8=0$ للمعادلة حلان: $x'=4$ و $x''=-2$ ومنه يوجد مماسان لـ C_f	2×0.5	
5. $f(x)=g(x)$ تعني $\frac{1}{3}x^3-5x=0$ أي: $x(\frac{1}{3}x^2-5)=0$ ومنه: $x=0$ أو $x=\sqrt{15}$ أو $x=-\sqrt{15}$	0.5	
إذن الإحداثيات: $(0\ ;\ 3)$، $(\sqrt{15}\ ;\ -12+2\sqrt{15})$، $(-\sqrt{15}\ ;\ -12-2\sqrt{15})$	1	
التمرين الثالث:(06 نقط)		
1. الاقتراح 2: (U_n) متتالية حسابية لأن: $U_{n+1}-U_n=-2$	1	
2. الاقتراح 3: الحد الخامس والأربعون للمتتالية (U_n) هو: $U_{44}=-2(44)=-88$	1	
3. الاقتراح 2: المجموع هو: $-n^2-n$ لأن : $S=\frac{n+1}{2}(0-2n)=-n^2-n$	0.5+1	6
4. الاقتراح 1: (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{9}$ لأن: $\frac{V_{n+1}}{V_n}=3^{-2}=\frac{1}{9}$	1	
5. الاقتراح 2 :(V_n) متتالية متناقصة لأن $V_{n+1}-V_n=-\frac{8}{9}3^{-2n}<0$	0.5+1	